Arranjos Simples

Raquel de Souza Francisco Bravo
e-mail: raquelbr.ic@gmail.com
13 de setembro de 2016

Arranjos Simples: Introdução

Exemplo 1:

Um prédio tem 8 portas. De quantas maneiras 1 pessoa pode entrar por 1 porta e sair por outra diferente?

Arranjos Simples: Introdução

Exemplo 1:

Um prédio tem 8 portas. De quantas maneiras 1 pessoa pode entrar por 1 porta e sair por outra diferente?

Resolução:

Possibilidades $\underset{\text{entrada}}{\underline{8}} \times \underset{\text{saída}}{\underline{7}} = 56$

Arranjos Simples: Introdução

Exemplo 1:

Um prédio tem 8 portas. De quantas maneiras 1 pessoa pode entrar por 1 porta e sair por outra diferente?

Resolução:

Possibilidades $\underset{\text{entrada}}{\underline{\;8\;}} \times \underset{\text{saída}}{\underline{\;7\;}} = 56$

Resposta:

Uma pessoa pode entrar por uma porta e sair por outra de 56 maneiras distintas.

Arranjos Simples: Introdução

Reformulação do exemplo 1:

Um prédio tem 8 portas. De quantas maneiras 1 pessoa pode entrar por 1 porta e sair por outra diferente?

Arranjos Simples: Introdução

Reformulação do exemplo 1:

Um prédio tem 8 portas. De quantas maneiras 1 pessoa pode entrar por 1 porta e sair por outra diferente?

De quantas maneiras distintas uma pessoa pode escolher 2 portas diferentes (entrada, saída) entre 8 portas diferentes?

Arranjos Simples: Introdução

Reformulação do exemplo 1:

Um prédio tem 8 portas. De quantas maneiras 1 pessoa pode entrar por 1 porta e sair por outra diferente?

De quantas maneiras distintas uma pessoa pode escolher 2 portas diferentes (entrada, saída) entre 8 portas diferentes?

Resposta:

Uma pessoa pode entrar por uma porta e sair por outra de 56 maneiras distintas.

Arranjos Simples: Introdução

Reformulação do exemplo 1:

Um prédio tem 8 portas. De quantas maneiras 1 pessoa pode entrar por 1 porta e sair por outra diferente?

De quantas maneiras distintas uma pessoa pode escolher 2 portas diferentes (entrada, saída) entre 8 portas diferentes?

Resposta:

Uma pessoa pode entrar por uma porta e sair por outra de 56 maneiras distintas.

Resposta:

Uma pessoa pode escolher 2 portas distintas para entrar e sair entre 8 portas distintas de 56 maneiras diferentes.

Arranjos Simples: Introdução

Reformulação do exemplo 1:

Um prédio tem 8 portas. De quantas maneiras 1 pessoa pode entrar por 1 porta e sair por outra diferente?

De quantas maneiras distintas uma pessoa pode escolher 2 portas diferentes (entrada, saída) entre 8 portas diferentes?

Resposta:

Uma pessoa pode entrar por uma porta e sair por outra de 56 maneiras distintas.

Resposta:

Uma pessoa pode escolher 2 portas distintas para entrar e sair entre 8 portas distintas de 56 maneiras diferentes.

Observação: $8 \cdot 7$

Arranjos Simples: Introdução

Reformulação do exemplo 1:

Um prédio tem 8 portas. De quantas maneiras 1 pessoa pode entrar por 1 porta e sair por outra diferente?

De quantas maneiras distintas uma pessoa pode escolher 2 portas diferentes (entrada, saída) entre 8 portas diferentes?

Resposta:

Uma pessoa pode entrar por uma porta e sair por outra de 56 maneiras distintas.

Resposta:

Uma pessoa pode escolher 2 portas distintas para entrar e sair entre 8 portas distintas de 56 maneiras diferentes.

Observação: $8 \cdot 7 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!}$

Arranjos Simples: Introdução

Reformulação do exemplo 1:

Um prédio tem 8 portas. De quantas maneiras 1 pessoa pode entrar por 1 porta e sair por outra diferente?

De quantas maneiras distintas uma pessoa pode escolher 2 portas diferentes (entrada, saída) entre 8 portas diferentes?

Resposta:

Uma pessoa pode entrar por uma porta e sair por outra de 56 maneiras distintas.

Resposta:

Uma pessoa pode escolher 2 portas distintas para entrar e sair entre 8 portas distintas de 56 maneiras diferentes.

Observação: $8 \cdot 7 = \dfrac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!} = \dfrac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6!}$

Arranjos Simples: Introdução

Reformulação do exemplo 1:

Um prédio tem 8 portas. De quantas maneiras 1 pessoa pode entrar por 1 porta e sair por outra diferente?

De quantas maneiras distintas uma pessoa pode escolher 2 portas diferentes (entrada, saída) entre 8 portas diferentes?

Resposta:

Uma pessoa pode entrar por uma porta e sair por outra de 56 maneiras distintas.

Resposta:

Uma pessoa pode escolher 2 portas distintas para entrar e sair entre 8 portas distintas de 56 maneiras diferentes.

Observação: $8 \cdot 7 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6!} = \frac{8!}{6!}$

Arranjos Simples: Introdução

Reformulação do exemplo 1:

Um prédio tem 8 portas. De quantas maneiras 1 pessoa pode entrar por 1 porta e sair por outra diferente?

De quantas maneiras distintas uma pessoa pode escolher 2 portas diferentes (entrada, saída) entre 8 portas diferentes?

Resposta:

Uma pessoa pode entrar por uma porta e sair por outra de 56 maneiras distintas.

Resposta:

Uma pessoa pode escolher 2 portas distintas para entrar e sair entre 8 portas distintas de 56 maneiras diferentes.

Observação: $8 \cdot 7 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6!} = \frac{8!}{6!} = \frac{8!}{(8-2)!}$

Arranjos Simples

Exemplo 2:

Quantos números distintos de 3 algarismos distintos podem se formar com os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9?

Arranjos Simples

Exemplo 2:

Quantos números distintos de 3 algarismos distintos podem se formar com os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9?

Resolução:

Possibilidades $\frac{5}{p_1} \times \frac{4}{p_2} \times \frac{3}{p_3}$

posições dos dígitos no número

Exemplo 2:

Quantos números distintos de 3 algarismos distintos podem se formar com os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9?

Resolução:

Possibilidades

$$\frac{5}{p_1} \times \frac{4}{p_2} \times \frac{3}{p_3}$$

posições dos dígitos no número

Resposta:

Podem se formar 5.4.3 = 60 números diferentes com 3 algarismos escolhidos entre os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9.

Arranjos Simples

Exemplo 2:

Quantos números distintos de 3 algarismos distintos podem se formar com os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9?

Resolução:

Possibilidades $\frac{5}{p_1} \times \frac{4}{p_2} \times \frac{3}{p_3}$

posições dos dígitos no número

Resposta:

Podem se formar 5.4.3 = 60 números diferentes com 3 algarismos escolhidos entre os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9.

Observação: $5 \cdot 4 \cdot 3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!} = \frac{5!}{2!} = \frac{5!}{(5-3)!}$

Arranjos Simples

Características dos exemplos:

- Os <u>elementos</u> considerados $a_1, a_2, \ldots, a_n$ são <u>diferentes</u>.

Arranjos Simples

Características dos exemplos:

- Os elementos considerados $a_1, a_2, \ldots, a_n$ são diferentes.
- Cada escolha de r elementos ($r \leq n$) distintos e ordenados entre $a_1, a_2, \ldots, a_n$ corresponde a uma possibilidade.

Arranjos Simples

Características dos exemplos:

- Os elementos considerados $a_1, a_2, \ldots, a_n$ são diferentes.
- Cada escolha de r elementos ($r \leq n$) distintos e ordenados entre $a_1, a_2, \ldots, a_n$ corresponde a uma possibilidade.
- Na obtenção do número de possibilidades aplica-se os princípios aditivo e multiplicativo.

Arranjos Simples

Definição

Dados n objetos distintos $a_1, a_2, ..., a_n$, um arranjo simples de n elementos tomados r a r é uma ordenação de r elementos distintos escolhidos entre $a_1, a_2, ..., a_n$, sendo r e n números naturais com $1 \leq r \leq n$.

Arranjos Simples

Definição

Dados n objetos distintos $a_1, a_2, ..., a_n$, um arranjo simples de n elementos tomados r a r é uma ordenação de r elementos distintos escolhidos entre $a_1, a_2, ..., a_n$, sendo r e n números naturais com $1 \leq r \leq n$.

Ilustração

Dados os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9,

398 é um arranjo simples de 5 elementos tomados 3 a 3.

Arrajos Simples

Problema:

Dados n objetos distintos a_1, a_2, ..., a_n, encontrar o número de arranjos simples dos n elementos tomados r a r.

Arranjos Simples

Problema:

Dados n objetos distintos $a_1, a_2, ..., a_n$, encontrar o número de arranjos simples dos n elementos tomados r a r.

Propriedade:

O número de arranjos simples de n elementos distintos tomados r a r, denominador A(n, r), é dado por:

$$A(n,r) = n(n-1)...(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Arranjos Simples

Problema:

Dados n objetos distintos $a_1, a_2, \ldots, a_n$, encontrar o número de arranjos simples dos n elementos tomados r a r.

Propriedade:

O número de arranjos simples de n elementos distintos tomados r a r, denominador A(n, r), é dado por:

$$A(n,r) = n(n-1)\ldots(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Observação:

$$P_n = A(n,n) = n!$$

Arranjos Simples

Exemplo 3:

Vários amigos combinaram passar o dia no clube. Planejaram ir para a piscina, fazer um churrasco, jogar volei e tennis. Mas, como chegaram tarde precisaram escolher 3 entre as 4 atividades. De quantas maneiras diferentes poderiam programar essas atividades?

Arranjos Simples

Exemplo 3:

Vários amigos combinaram passar o dia no clube. Planejaram ir para a piscina, fazer um churrasco, jogar volei e tennis. Mas, como chegaram tarde precisaram escolher 3 entre as 4 atividades. De quantas maneiras diferentes poderiam programar essas atividades?

Resolução:

programa : arranjo simples de 3 atividades escolhidas entre 4

Arranjos Simples

Exemplo 3:

Vários amigos combinaram passar o dia no clube. Planejaram ir para a piscina, fazer um churrasco, jogar volei e tennis. Mas, como chegaram tarde precisaram escolher 3 entre as 4 atividades. De quantas maneiras diferentes poderiam programar essas atividades?

Resolução:

programa : arranjo simples de 3 atividades escolhidas entre 4

Número de programas possíveis: $A(4,3) = \dfrac{4!}{(4-3)!} = 4! = 24$

Arranjos Simples

Exemplo 3:

Vários amigos combinaram passar o dia no clube. Planejaram ir para a piscina, fazer um churrasco, jogar volei e tennis. Mas, como chegaram tarde precisaram escolher 3 entre as 4 atividades. De quantas maneiras diferentes poderiam programar essas atividades?

Resolução:

programa : arranjo simples de 3 atividades escolhidas entre 4

Número de programas possíveis: $A(4,3) = \dfrac{4!}{(4-3)!} = 4! = 24$

Resposta:

Eles têm 24 maneiras diferentes de fazer um programa.

Arranjos Simples

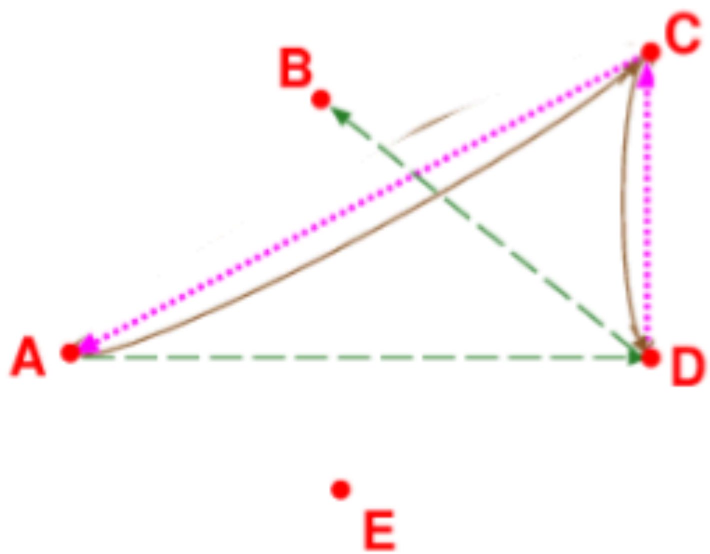
Exemplo 4:

Uma companhia aérea tem vôos ligando 5 cidades. Cada rota interliga 3 cidades. Calcule o número de rotas diferentes.

Exemplo 4:

Uma companhia aérea tem vôos ligando 5 cidades. Cada rota interliga 3 cidades. Calcule o número de rotas diferentes.

- Ilustração



exemplos de rotas

ACD, DCA, ADB

Arranjos Simples

Resolução:

$$\underline{\quad\quad}_{p_1} \quad \underline{\quad\quad}_{p_2} \quad \underline{\quad\quad}_{p_3}$$

posição das cidades
numa rota

Arranjos Simples

Resolução:

$$\underline{\quad\quad}_{p_1} \quad \underline{\quad\quad}_{p_2} \quad \underline{\quad\quad}_{p_3}$$

posição das cidades
numa rota

rota: arranjo simples de 3 cidades escolhidas entre 5

Arranjos Simples

Resolução:

$$\underline{\quad\quad}_{p_1} \quad \underline{\quad\quad}_{p_2} \quad \underline{\quad\quad}_{p_3}$$

posição das cidades
numa rota

rota: arranjo simples de 3 cidades escolhidas entre 5

número de rotas: $A(5,3) = \dfrac{5!}{(5-3)!} = \dfrac{5!}{2!} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

Arranjos Simples

Resolução:

$$\underset{p_1}{\underline{\qquad}} \quad \underset{p_2}{\underline{\qquad}} \quad \underset{p_3}{\underline{\qquad}}$$

posição das cidades
numa rota

rota: arranjo simples de 3 cidades escolhidas entre 5

número de rotas: $A(5,3) = \dfrac{5!}{(5-3)!} = \dfrac{5!}{2!} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

Resposta:

A companhia pode ter 60 rotas ligando as 5 cidades.

Exemplo 5:

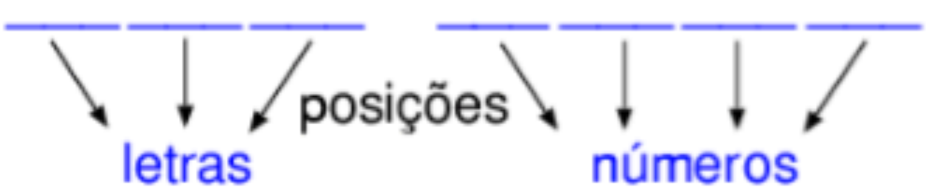
As placas dos automóveis são formadas por três letras seguidas de quatro dígitos. Quantas placas com letras e números diferentes podem ser formadas?

Arranjos Simples

Exemplo 5:

As placas dos automóveis são formadas por três letras seguidas de quatro dígitos. Quantas placas com letras e números diferentes podem ser formadas?

Resolução:

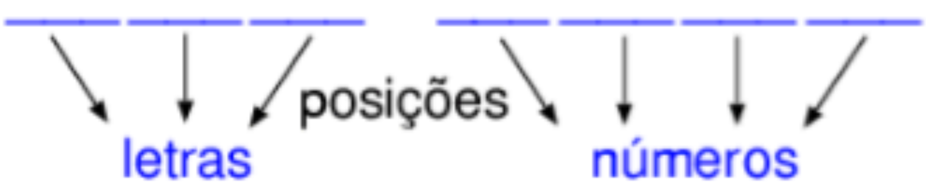


Exemplo 5:

As placas dos automóveis são formadas por três letras seguidas de quatro dígitos. Quantas placas com letras e números diferentes podem ser formadas?

Resolução:

número de letras = 26



Arranjos Simples

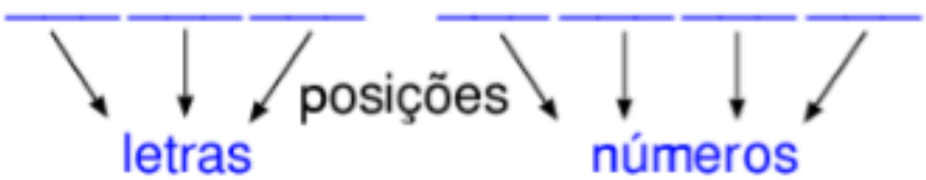
Exemplo 5:

As placas dos automóveis são formadas por três letras seguidas de quatro dígitos. Quantas placas com letras e números diferentes podem ser formadas?

Resolução:

número de letras = 26

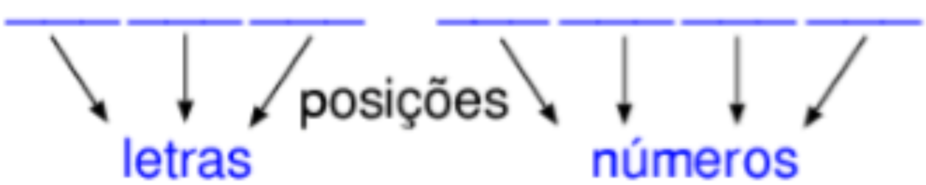
número de letras numa placa = 3



Exemplo 5:

As placas dos automóveis são formadas por três letras seguidas de quatro dígitos. Quantas placas com letras e números diferentes podem ser formadas?

Resolução:



número de letras = 26

número de letras numa placa = 3

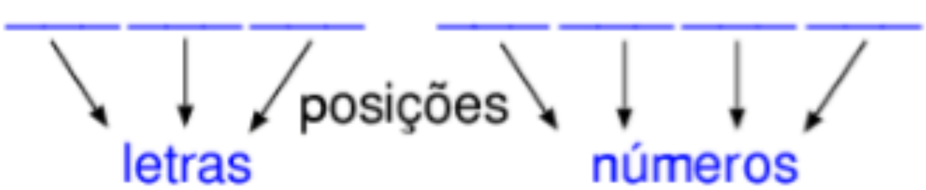
número de dígitos = 10

Arranjos Simples

Exemplo 5:

As placas dos automóveis são formadas por três letras seguidas de quatro dígitos. Quantas placas com letras e números diferentes podem ser formadas?

Resolução:



número de letras = 26

número de letras numa placa = 3

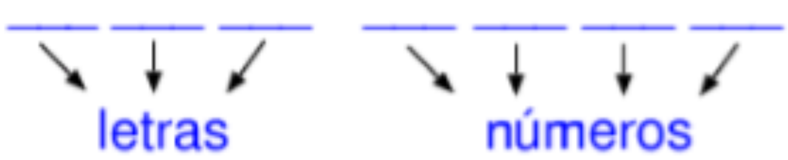
número de dígitos = 10

número de dígitos numa placa = 4

Característica:

- Pares ordenados de 3 letras e 4 números

Característica:



- Pares ordenados de 3 letras e 4 números

Número de possibilidades:

letras números

Arranjos Simples

Característica:

___ ___ ___   ___ ___ ___ ___

letras   números

- Pares ordenados de 3 letras e 4 números

Número de possibilidades:

letras   números

$A(26, 3)$

Arranjos Simples

Característica:

$$\underbrace{\_\_\ \_\_\ \_\_}_{\text{letras}} \quad \underbrace{\_\_\ \_\_\ \_\_\ \_\_}_{\text{números}}$$

- Pares ordenados de 3 letras e 4 números

Número de possibilidades:

letras		números
$A(26,3)$	$\times$	$A(10,4)$

Arranjos Simples

Característica:

___ ___ ___   ___ ___ ___ ___

letras   números

- Pares ordenados de 3 letras e 4 números

Número de possibilidades:

letras   números

$$A(26,3) \quad \times \quad A(10,4) \quad = \quad \frac{26!}{23!} \times \frac{10!}{6!} = 78624 \times 10^3$$

Arranjos Simples

Característica:

letras números

- Pares ordenados de 3 letras e 4 números

Número de possibilidades:

letras números

$$A(26,3) \times A(10,4) = \frac{26!}{23!} \times \frac{10!}{6!} = 78624 \times 10^3$$

Resposta:

Tem-se 78624000 placas com 3 letras e 4 números diferentes.

Exemplo 6:

Quantos números naturais de três algarismos distintos (na base 10) existem?

Exemplo 6:

Quantos números naturais de três algarismos distintos (na base 10) existem?

Resolução:

dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Exemplo 6:

Quantos números naturais de três algarismos distintos (na base 10) existem?

Resolução:

dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$$\underline{\;\cancel{0}\;}\quad\underline{\qquad}\quad\underline{\qquad}$$

Arranjos Simples

Exemplo 6:

Quantos números naturais de três algarismos distintos (na base 10) existem?

Resolução:

dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$$\underline{\cancel{0}}\quad\underline{\qquad}\quad\underline{\qquad}$$

Raciocínio 1 $\longrightarrow$ $\underline{\cancel{0}}\quad\underline{\qquad}\quad\underline{\qquad}$

Exemplo 6:

Quantos números naturais de três algarismos distintos (na base 10) existem?

Resolução:

dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$\cancel{0}$ ___ ___ ___

Raciocínio 1 $\longrightarrow$ $\cancel{0}$ ___ ___ ___

Possibilidades: $\underbrace{\;}_{9} \times \underbrace{\;\;}_{A(9,2)} = 9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$

Arranjos Simples

Exemplo 6 (raciocínio 2)

Usamos o conceito de complemento:

Exemplo 6 (raciocínio 2)

Usamos o conceito de complemento:

U := conjunto univero:= o conjunto das ordenações de três dígitos
A := conjunto dos números de 3 algarismos.
B := conjunto dos elementos de U que iniciam com 0

Arranjos Simples

Exemplo 6 (raciocínio 2)

Usamos o conceito de complemento:

U := conjunto univero:= o conjunto das ordenações de três dígitos
A := conjunto dos números de 3 algarismos.
B := conjunto dos elementos de U que iniciam com 0

$$\begin{cases} A = U - B \\ N = |A| = |U| - |B| \end{cases}$$

Arranjos Simples

Exemplo 6 (raciocínio 2)

Usamos o conceito de complemento:

U := conjunto univero:= o conjunto das ordenações de três dígitos

A := conjunto dos números de 3 algarismos.

B := conjunto dos elementos de U que iniciam com 0

$$\begin{cases} A = U - B \\ N = |A| = |U| - |B| \end{cases}$$

$$\begin{cases} |U| = A(10,3) = \dfrac{10!}{7!}, \ |B| = A(9,2) = \dfrac{9!}{7!} \\ N = \dfrac{10!}{7!} - \dfrac{9!}{7!} = \dfrac{10 \times 9! - 9!}{7!} = 648 \end{cases}$$

Arranjos Simples

Exemplo 6 (raciocínio 2)

Usamos o conceito de complemento:

U := conjunto univero:= o conjunto das ordenações de três <u>dígitos</u>
A := conjunto dos números de 3 <u>algarismos</u>.
B := conjunto dos elementos de U que <u>iniciam</u> com 0

$$\begin{cases} A = U - B \\ N = |A| = |U| - |B| \end{cases}$$

$$\begin{cases} |U| = A(10,3) = \dfrac{10!}{7!}, \quad |B| = A(9,2) = \dfrac{9!}{7!} \\ N = \dfrac{10!}{7!} - \dfrac{9!}{7!} = \dfrac{10 \times 9! - 9!}{7!} = 648 \end{cases}$$

Resposta:

Tem-se 648 números naturais de três algarismos distintos.

Arranjos Simples

Recomendação

Em geral é conveniente começar a análise dos eventos (ou possibilidades) por aquelas que tem algum tipo de impedimento (ou dificuldade).

Arranjos Simples

Exemplo 7:

Quantos números naturais com todos os dígitos distintos ímpares, m, existem entre 1000 e 9999 ($1000 < m < 9999$)?

Arranjos Simples

Exemplo 7:

Quantos números naturais com todos os dígitos distintos ímpares, m, existem entre 1000 e 9999 ($1000 < m < 9999$)?

Resolução:

- Os números m têm 4 dígitos

Arranjos Simples

Exemplo 7:

Quantos números naturais com todos os dígitos distintos ímpares, m, existem entre 1000 e 9999 (1000 < m < 9999)?

Resolução:

- Os números m têm 4 dígitos $\underline{\hspace{2em}}_{p_1}\ \underline{\hspace{2em}}_{p_2}\ \underline{\hspace{2em}}_{p_3}\ \underline{\hspace{2em}}_{p_4}$

Exemplo 7:

Quantos números naturais com todos os dígitos distintos ímpares, m, existem entre 1000 e 9999 (1000 < m < 9999)?

Resolução:

- Os números m têm 4 dígitos
- Dígitos ímpares: 1, 3, 5, 7, 9

$$\underline{\quad}\ \underline{\quad}\ \underline{\quad}\ \underline{\quad}$$
$$p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad p_4$$

Arranjos Simples

Exemplo 7:

Quantos números naturais com todos os dígitos distintos ímpares, m, existem entre 1000 e 9999 ($1000 < m < 9999$)?

Resolução:

- Os números m têm 4 dígitos

$$\underline{\quad}_{p_1} \; \underline{\quad}_{p_2} \; \underline{\quad}_{p_3} \; \underline{\quad}_{p_4}$$

- Dígitos ímpares: 1, 3, 5, 7, 9

  n: quantidade de dígitos ímpares = 5

Arranjos Simples

Exemplo 7:

Quantos números naturais com todos os dígitos distintos ímpares, m, existem entre 1000 e 9999 ($1000 < m < 9999$)?

Resolução:

- Os números m têm 4 dígitos
- Dígitos ímpares: 1, 3, 5, 7, 9

$\underline{\quad}_{p_1}\ \underline{\quad}_{p_2}\ \underline{\quad}_{p_3}\ \underline{\quad}_{p_4}$

n: quantidade de dígitos ímpares = 5

r: quantidade de dígitos de um número = 4

Exemplo 7:

Quantos números naturais com todos os dígitos distintos ímpares, m, existem entre 1000 e 9999 ($1000 < m < 9999$)?

Resolução:

- Os números m têm 4 dígitos
- Dígitos ímpares: 1, 3, 5, 7, 9

$\overline{}\ \overline{}\ \overline{}\ \overline{}$
$p_1\ p_2\ p_3\ p_4$

n: quantidade de dígitos ímpares = 5

r: quantidade de dígitos de um número = 4

Possibilidades: $A(5,4) = \frac{5!}{(5-4)!} = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

Arranjos Simples

Exemplo 7:

Quantos números naturais com todos os dígitos distintos ímpares, m, existem entre 1000 e 9999 (1000 < m < 9999)?

Resolução:

- Os números m têm 4 dígitos
- Dígitos ímpares: 1, 3, 5, 7, 9

$$\overline{}\ \overline{}\ \overline{}\ \overline{}$$
$$p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad p_4$$

n: quantidade de dígitos ímpares = 5

r: quantidade de dígitos de um número = 4

Possibilidades: $A(5,4) = \dfrac{5!}{(5-4)!} = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

Resposta: Existem 120 números com todos os dígitos distintos ímpares entre 1000 e 9999.

Arranjos Simples

Observação

$$A(5,4) = \frac{5!}{(5-4)!} = 5! = P_5 = A(5,5) = \frac{5!}{(5-5)!}$$

Arranjos Simples

Observação

$$A(5,4) = \frac{5!}{(5-4)!} = 5! = P_5 = A(5,5) = \frac{5!}{(5-5)!}$$

em geral,

$$A(n, n-1) = A(n,n) = P_n = n!$$

Exemplo 8:

Quantos números pares entre 1000 e 9999 têm dígitos distintos?

Exemplo 8:

Quantos números pares entre 1000 e 9999 têm dígitos distintos?

Resolução:

$$\underline{}_{p_1}\ \underline{}_{p_2}\ \underline{}_{p_3}\ \underline{}_{p_4}$$

Exemplo 8:

Quantos números pares entre 1000 e 9999 têm dígitos distintos?

Resolução:

$$\begin{array}{cccc} & & & 0 \\ & & & 2 \\ & & & 4 \\ & & & 6 \\ & & & 8 \\ \overline{p_1} & \overline{p_2} & \overline{p_3} & \overline{p_4} \end{array}$$

Arranjos Simples

Exemplo 8:

Quantos números pares entre 1000 e 9999 têm dígitos distintos?

Resolução:

$$\begin{array}{cccc l} & & & 0 & \text{] etapa 1} \\ & & & 2 & \\ & & & 4 & \\ & & & 6 & \\ & & & 8 & \\ \hline p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & \end{array}$$

Exemplo 8:

Quantos números pares entre 1000 e 9999 têm dígitos distintos?

Resolução:

$$\begin{array}{cccc l}
 & & & \left.0\right\} & \underline{\text{etapa 1}} \\
 & & & \left.\begin{array}{c}2\\4\\6\\8\end{array}\right\} & \underline{\text{etapa 2}} \\
\overline{p_1} & \overline{p_2} & \overline{p_3} & \overline{p_4} &
\end{array}$$

Exemplo 8:

Quantos números pares entre 1000 e 9999 têm dígitos distintos?

Resolução:

$$\begin{array}{cccc} & & & \left.\begin{array}{c}0\end{array}\right\} \underline{\text{etapa 1}} \\ & & & \left.\begin{array}{c}2\\4\\6\\8\end{array}\right\} \underline{\text{etapa 2}} \\ \overline{p_1} & \overline{p_2} & \overline{p_3} & \overline{p_4}\end{array}$$

M : quantidade de números naturais de 4 dígitos terminados em 0, 2, 4, 6 ou 8

Exemplo 8:

Quantos números pares entre 1000 e 9999 têm dígitos distintos?

Resolução:

$$\left.\begin{array}{c}0\end{array}\right\}\ \underline{\text{etapa 1}}$$

$$\left.\begin{array}{c}2\\4\\6\\8\end{array}\right\}\ \underline{\text{etapa 2}}$$

$$\overline{p_1}\quad \overline{p_2}\quad \overline{p_3}\quad \overline{p_4}$$

M : quantidade de números naturais de 4 dígitos terminados em 0, 2, 4, 6 ou 8

$M = M_1 + M_2$, sendo

M_1 : quantidade de números de 4 dígitos terminados em 0 (etapa 1)

M_2 : quantidade de números de 4 dígitos terminados em 2, 4, 6 ou 8 (etapa 2)

Exemplo 8 (etapa 1):

Obtenção de M_1, quantidade de números de dígitos distintos, entre 1000 e 9999 terminados em 0:

Arranjos Simples

Exemplo 8 (etapa 1):

Obtenção de M_1 , quantidade de números de dígitos distintos, entre 1000 e 9999 terminados em 0:

Possibilidades: $\_\_\_ \; \_\_\_ \; \_\_\_ \; \underline{\;0\;}$

Exemplo 8 (etapa 1):

Obtenção de M_1, quantidade de números de dígitos distintos, entre 1000 e 9999 terminados em 0:

Possibilidades: $\underbrace{\_\_\ \_\_\ \_\_}_{A(9,3)}\ \underline{0}$

Exemplo 8 (etapa 1):

Obtenção de M_1 , quantidade de números de dígitos distintos, entre 1000 e 9999 terminados em 0:

Possibilidades: $\underbrace{\_\_\_\;\_\_\_\;\_\_\_}_{A(9,3)}\;\underline{\;0\;}$

como $A(n,r) = n(n-1)...(n-r+1)$

$n = 9,\ r = 3$

Arranjos Simples

Exemplo 8 (etapa 2):

Obtenção de M_2, quantidade de números de dígitos distintos, entre 1000 e 9999 terminados em 2, 4, 6 ou 8:

Arranjos Simples

Exemplo 8 (etapa 2):

Obtenção de M_2 , quantidade de números de dígitos distintos, entre 1000 e 9999 terminados em 2, 4, 6 ou 8:

$$\begin{array}{cccc} & & & 2\\ & & & 4\\ & & & 6\\ \cancel{0} & & & 8\\ \hline p_1 & p_2 & p_3 & p_4\end{array}$$

Exemplo 8 (etapa 2):

Obtenção de M_2, quantidade de números de dígitos distintos, entre 1000 e 9999 terminados em 2, 4, 6 ou 8:

$$\begin{array}{cccc} & & & 2\\ & & & 4\\ & & & 6\\ \cancel{0} & & & 8\\ \hline \underbrace{p_1}_{8} & p_2 & p_3 & p_4 \end{array}$$

Possibilidades: 8

Arranjos Simples

Exemplo 8 (etapa 2):

Obtenção de M_2 , quantidade de números de dígitos distintos, entre 1000 e 9999 terminados em 2, 4, 6 ou 8:

$$\begin{array}{cccc} & & & 2\\ & & & 4\\ & & & 6\\ \cancel{0} & & & 8\\ \hline p_1 & p_2 & p_3 & p_4 \end{array}$$

Possibilidades: $\underbrace{p_1}_{8}\ \underbrace{p_2\ p_3}_{A(8,2)}$

Exemplo 8 (etapa 2):

Obtenção de M_2 , quantidade de números de dígitos distintos, entre 1000 e 9999 terminados em 2, 4, 6 ou 8:

$$\begin{array}{cccc} & & & 2\\ & & & 4\\ & & & 6\\ \cancel{0} & & & 8\\ \hline \underbrace{p_1}_{8} & \underbrace{p_2 \quad p_3}_{A(8,2)} & & \underbrace{p_4}_{4} \end{array}$$

Possibilidades: $8 \quad A(8,2) \quad 4$

Arranjos Simples

Exemplo 8 (etapa 2):

Obtenção de M_2 , quantidade de números de dígitos distintos, entre 1000 e 9999 terminados em 2, 4, 6 ou 8:

$$\begin{array}{cccc} & & & 2\\ & & & 4\\ & & & 6\\ \cancel{0} & & & 8\\ \hline p_1 & p_2 & p_3 & p_4 \end{array}$$

Possibilidades: $8 \times A(8,2) \times 4$

Exemplo 8 (etapa 2):

Obtenção de M_2 , quantidade de números de dígitos distintos, entre 1000 e 9999 terminados em 2, 4, 6 ou 8:

$$\begin{array}{cccc} & & & 2 \\ & & & 4 \\ & & & 6 \\ \cancel{0} & & & 8 \\ \hline p_1 & p_2 & p_3 & p_4 \end{array}$$

Possibilidades: $8 \times A(8,2) \times 4$

Resposta da etapa 2: $M_2 = 8.8.7.4$

Exemplo 8 (análise final):

Enunciado: Quantos números naturais entre 1000 e 9999 têm dígitos distintos e <u>são pares</u>?

Resolução:

$M = M_1 + M_2$, sendo

M : total de números naturais de 4 dígitos terminados em 0, 2, 4, 6 ou 8

M_1 : total de números de 4 dígitos terminados em 0 (etapa 1)

M_2 : total de números de 4 dígitos terminados em 2, 4, 6 ou 8 (etapa 2)

Arranjos Simples

Exemplo 8 (análise final):

Enunciado: Quantos números naturais entre 1000 e 9999 têm dígitos distintos e <u>são pares</u>?

Resolução:

$M = M_1 + M_2$, sendo

M : total de números naturais de 4 dígitos terminados em 0, 2, 4, 6 ou 8

M_1 : total de números de 4 dígitos terminados em 0 (etapa 1)

M_2 : total de números de 4 dígitos terminados em 2, 4, 6 ou 8 (etapa 2)

Resposta:

Como, $M_1 = A(9,3) = 504$, $M_2 = 8 \times 4 \times A(8,2) = 1792$
tem-se que $M = 504 + 1792 = 2296$